

# 1 Analysis

## 1.1 Formeln

### pq-Formel

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

### Mitternachtsformel

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

### Binomische Formeln

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b) * (a - b) = a^2 - b^2$$

## 1.2 Eigenschaften von Funktionen

| Stelle  | Notwendiges  | Hinreichendes    |
|---------|--------------|------------------|
| Null    | $f(x) = 0$   |                  |
| +Extrem | $f'(x) = 0$  | $f''(x) < 0$     |
| -Extrem | $f'(x) = 0$  | $f''(x) > 0$     |
| Wende   | $f''(x) = 0$ | $f'''(x) \neq 0$ |
| Sattel  | Wende        | $f'(x) = 0$      |

| Gebrochenrational | $g(x)$   | $h(x)$   |
|-------------------|----------|----------|
| Nullstellen       | $= 0$    | $\neq 0$ |
| Polstellen        | $\neq 0$ | $= 0$    |
| Behebare Lücke    | $= 0$    | $= 0$    |

### Symmetrie:

### Spiegelung:

**gerade** wenn für  $\forall x \in D$  gilt  $f(-x) = f(x)$

**y-Achse:**  $f * (x) = f(-x)$

**ungerade** wenn für  $\forall x \in D$  gilt  $f(-x) = -f(x)$

**x-Achse:**  $f * (x) = -f(x)$

**Ursprung:**  $f * (x) = -f(-x)$

### Monotonie:

$y = f(x)$  wenn  $x_1 < x_2$  gilt:

monoton wachsend:  $f(x_1) \leq f(x_2)$     streng monoton wachsend:  $f(x_1) < f(x_2)$   
 monoton fallend:  $f(x_1) \geq f(x_2)$     streng monoton fallend:  $f(x_1) > f(x_2)$

**Umkehrfunktion:**  $y = f(x) \rightarrow x = f^{-1}(y)$

**Stetigkeit:** eine Funktion ist an einer Stelle stetig wenn der Grenzwert an dieser Stelle übereinstimmt.

### 1.3 Grenzwerte

Größter Faktor entscheidet.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x = \pm\infty \quad \left| \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} c = c \quad \left| \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\pm\infty} = 0 \quad \left| \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^n} = \frac{1}{\pm\infty} = 0 \right. \right.$$

### 1.4 Ableitungen

|                 | $f(x)$              | $f'(x)$                                  |
|-----------------|---------------------|------------------------------------------|
| Konstante       | $C$                 | $0$                                      |
| von x           | $x$                 | $1$                                      |
| Potenzregel     | $x^n$               | $n * x^{n-1}$                            |
| Faktorregel     | $c * g(x)$          | $c * g'(x)$                              |
| Summenregel     | $g(x) + h(x)$       | $g'(x) + h'(x)$                          |
| Produktregel    | $g(x) * h(x)$       | $g'(x) * h(x) + g(x) * h'(x)$            |
| Quotientenregel | $\frac{g(x)}{h(x)}$ | $\frac{h(x)*g'(x)-g(x)*h'(x)}{(h(x))^2}$ |
| Kettenregel     | $g(h(x))$           | $g'(h(x)) * h'(x)$                       |

| $f(x)$     | $f'(x)$                  |
|------------|--------------------------|
| $\sqrt{x}$ | $\frac{1}{2\sqrt{x}}$    |
| $\sin(x)$  | $\cos(x)$                |
| $-\sin(x)$ | $-\cos(x)$               |
| $-\cos(x)$ | $\sin(x)$                |
| $\tan(x)$  | $\frac{1}{\cos^2(x)}$    |
| $\cot(x)$  | $\frac{-1}{\sin^2(x)}$   |
| $e^x$      | $e^x$                    |
| $a^x$      | $\ln a * a^x$            |
| $\ln(x^n)$ | $\frac{1}{x^n} * (x^n)'$ |
| $\log_a x$ | $\frac{1}{\ln a * x}$    |

## 2 Lineare Algebra

### 2.1 Mengen

|                   |                |                    |                                                                                              |
|-------------------|----------------|--------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| Natürliche Zahlen | $\mathbb{N}$   | Vereinigungsmenge  | $\cup$                                                                                       |
| Ganze Zahlen      | $\mathbb{Z}$   | Schnittmenge       | $\cap$                                                                                       |
| Gebrochene Zahlen | $\mathbb{Q}^+$ | Differenzmenge     | $A \setminus B$                                                                              |
| Rationale Zahlen  | $\mathbb{Q}$   | Potenzmenge        | Menge aller Teilmengen                                                                       |
| Relle Zahlen      | $\mathbb{R}$   | Kartesches Produkt | $A \times B$                                                                                 |
| Komplexe Zahlen   | $\mathbb{C}$   | De Morgan          | $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$<br>$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ |

## 2.2 Zahlensysteme

**10**  $\rightarrow$  **2** : 2 Rest  $x$

**2**  $\rightarrow$  **10**  $1 * 2^n + 0 * 2^{n-1} + \dots$

**16**  $\rightarrow$  **2** In 3 Ziffern Blöcken

**2**  $\rightarrow$  **16** In 4er Blöcken umrechnen

## 2.3 Modulare Arithmetik

**Additives Inverses:**  $e + a = a + a = 0$  ( $\text{mod } m$ )

$$P(x_1 \dots x_n) = \sum_n^{j=1} g_j x_j \quad \text{mod } q$$

**Multiplikatives Inverses:**  $e * a = a * e = 1$  ( $\text{mod } m$ )

## 2.4 Matrizen

**Multiplikation:**  $C_{ij} = \sum_n^{k=1} a_{ik} b_{kj}$

**Laplacescher Entwicklungssatz**

Zeile

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} (-1)^{i+j} D_{ij}$$

Spalte

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} (-1)^{i+j} D_{ij}$$

**Inverses:**

$$A^{-1} = \frac{1}{\det \mathbf{A}} * \begin{pmatrix} A_{11} & \dots & A_{n1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$A_{ij} = (-1)^{(i+j)} D_{ij}$$